

学校“双带头人”党支部书记工作室

支撑材料



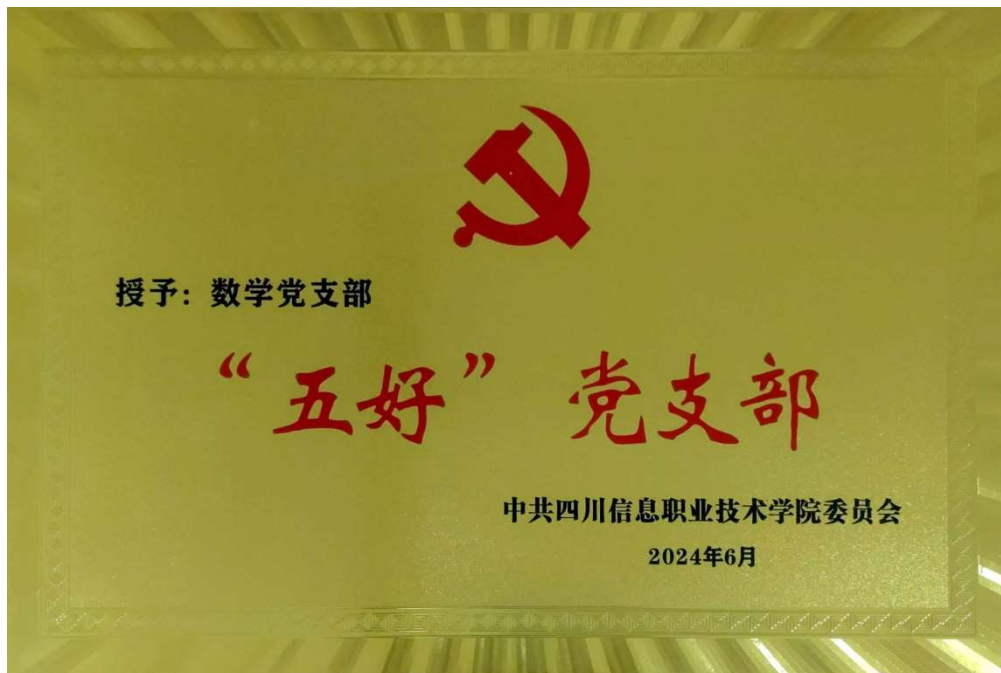
人文学院党总支数学党支部

目 录

一、党建.....	1
1. 五好党支部.....	1
2. 先进基层党组织.....	2
3. 2023 年优秀党务工作者.....	3
4. 党建+科普特色社会服务.....	4
二、教学、科研、获奖.....	5
1. 党员建成的《经济数学》精品课程被评为职业教育国家在线精品课程.....	5
2. 2024 年四川省高等职业院校教师教学能力大赛获“三等奖”.....	7
3. 主编《应用数学》教材获批四川省“十四五”职业教育省级规划教材立项建设（已出版）.....	8
4. 2024 年四川省教师信息素养提升实践活动“一等奖”.....	9
5. 四川省职业教育数学教研中心组成员.....	10
6. 科技核心论文《和矩阵 Drazin 逆的新表示及其应用》-北华大学学报.....	11
7. 四川省 2024 年度教育科学规划课题—已公示（四川省教育厅）.....	19
8. 2023 年教育部职业院校教育类专业教学指导委员会项目-结题证书.....	20
三、数学科普助力广元教育发展.....	21
1. 数学文化节活动被四川教育厅官微.....	21
2. 广元市树人中学玉树班同学走进数学科普基地被四川教育厅官微报道.....	24
3. “数学科普助力乡村教育振兴”微视频被学习强国报道.....	26
4. 市级“数学科普职业体验基地”.....	27
5. 与树人中学广元市树人中学共建数学科普教育基地.....	30
6. 与磨滩镇观音小学、小新小学共建科普基地.....	32
7. 与零八一中学共建科普基地.....	32
8. 与亭子镇小学校共建科普基地.....	33
9. 与苍溪县思源实验学校共建科普基地.....	33
10. 科普读本展示.....	34

一、党建

1. 五好党支部



2. 先进基层党组织



3. 2023 年优秀党务工作者



4. 党建+科普特色社会服务



二、教学、科研、获奖

1. 党员建成的《经济数学》精品课程被评为职业教育国家在线精品课程

Languages 微言教育 无障碍浏览 登录 | 注册

 **中华人民共和国教育部**
Ministry of Education of the People's Republic of China

当前位置: 首页 > 公告

关于公布2023年职业教育国家在线精品课程名单的公告

根据《教育部办公厅关于开展2023年职业教育国家在线精品课程遴选工作的通知》（教职成厅函〔2023〕26号）要求，在各省级教育行政部门和全国行业职业教育教学指导委员会、教育部职业院校教学（教育）指导委员会推荐的基础上，经专家遴选和公示等程序，决定认定北京工业职业技术学院“智能机器人组装与调试”等914门课程为2023年职业教育国家在线精品课程（名单见附件）。

入选课程申报单位要主动与国家职业教育智慧教育平台联系，按要求将课程统一接入国家职业教育智慧教育平台，每学年动态更新教学资源，提供入选后不少于5年的教学服务。国家职业教育智慧教育平台将对接入的国家在线精品课程运行情况进行持续监测。

国家职业教育智慧教育平台联系电话：010-58581929、010-58581287

附件：[2023年职业教育国家在线精品课程名单](#)

教育部职业教育与成人教育司

2024年12月9日



扫一扫分享本页

来源：教育部  收藏

（责任编辑：谢沂楠）

826	工业机器人操作与编程	成都工业职业技术学院	韩 勇
827	飞机导航系统	成都航空职业技术学院	彭亚娜
828	飞机维护基础	成都航空职业技术学院	王昌昊
829	轨道交通车站机电设备	四川交通职业技术学院	王晓燕
830	大学语文	四川工程职业技术大学	蔡 彦
831	创新思维拓展	成都职业技术学院	严光玉
832	大学语文	四川文化产业职业学院	何雯娟
833	经济数学	四川信息职业技术学院	杨晓英

2. 2024 年四川省高等职业院校教师教学能力大赛获“三等奖”



3. 主编《应用数学》教材获批四川省“十四五”职业教育省级规划教材立项建设（已出版）



中共四川省委教育工作委员会
四川省教育厅

智能问答 无障碍浏览 长者专区 移动门户 新媒体矩阵

请输入搜索关键字

机构 新闻 政府信息公开 政务服务 互动 办公系统

[首页] >> 政府信息公开 >> 政策 >> 其他文件

索引号: 008282866/2023-00029
成文日期: 2023-07-28
有效性: 有效

公文种类: 通知
发布日期: 2023-07-31

发布机构: 四川省教育厅
文号: 川教函〔2023〕265号

四川省教育厅关于公布四川省“十四五”职业教育省级规划教材入选和立项建设名单的通知

川教函〔2023〕265号

各市（州）教育主管部门，高等职业院校、省属中等职业学校，有关单位：

为深入贯彻全国职业教育大会和全国教材工作会议精神，落实教育部《“十四五”职业教育规划教材建设实施方案》和《四川省职业院校教材管理实施细则》等有关部署，按照《四川省教育厅关于做好“十四五”职业教育省级规划教材建设工作的通知》（川教函〔2022〕458号）要求，经有关单位申报、形式审查、专家评审、面向社会公示等程序，共确定292种教材入选四川省“十四五”职业教育省级规划教材名单，411种教材入选四川省“十四五”职业教育省级规划教材立项建设名单。现予以公布，并就有关事项通知如下。

一、各地各校要严格落实《四川省职业院校教材管理实施细则》工作要求，建立健全教材选用制度，优先选用“十四五”国家规划、省级规划教材，确保优质教材进课堂，并做好教材选用备案工作。

二、入选的省级规划教材将上线四川省职业教育智慧教育平台“职业教育省级规划教材目录”，并向社会公布。立项建设的教材建设周期不超过2年，申报单位应在建设期内完成教材修订或编写工作。建设期间，相关信息与申报时须保持一致，原则上不得更换出版社、编者等。2024年、2025年教育厅将分两批进行验收，验收通过后列入省级规划教材目录。未通过审定的教材将限期进行修改，若仍达不到规定要求，将取消规划教材立项资格。

三、各教材编写单位、主编和出版单位要全面落实教材建设主体责任，根据经济社会和产业升级新动态，对入选的省级规划教材内容进行动态修订完善，不断丰富相应数字化教学资源；对立项建设的教材要按要求落实编审分离制度，组织相关学科专业领域专家、教研专家、一线教师、行业企业专家做好内容审核，做到“凡编必审”，严把政治观、科学关、适宜关。

附件： 1.四川省“十四五”职业教育省级规划教材入选名单

 2.四川省“十四五”职业教育省级规划教材立项建设名单

 点击下载此文件

四川省教育厅

2023年7月28日

扫一扫在手机打开当前页



编辑：胡琼之

附件 2

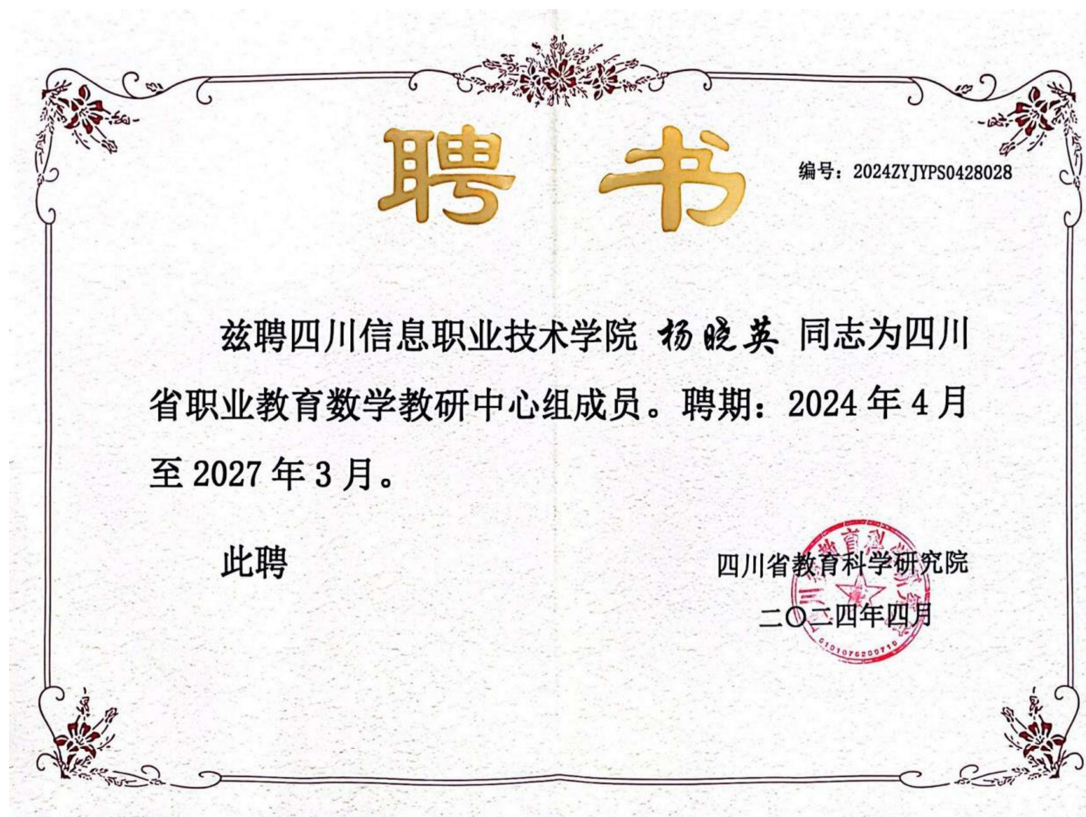
四川省 "十四五"职业教育省级规划教材拟立项建设名单
(新编入选部分)

序号	教材名称	教育类型	申报单位	第一主编	出版单位
92	档案整理	中职	雅安市教育局	周艳	高等教育出版社有限公司
93	职业素养 (中职)	中职	四川省教育科学研究院	廖大凯	重庆大学出版社有限公司
94	新标准通用职场英语	高职专科	四川文轩职业学院	王朝晖	北京师范大学出版社有限公司
95	职业素养 (高职)	高职专科	四川省教育科学研究院	廖大凯	重庆大学出版社有限公司
96	信息技术基础	高职专科	成都工业职业技术学院	龙天才	中国科技出版传媒股份有限公司
97	信息技术应用实践	高职专科	成都纺织高等专科学校	邱绪桃	人民邮电出版社有限公司
98	应用数学	高职专科	四川信息职业技术学院	杨晓英	人民邮电出版社有限公司
99	中职生职业品格教育	中职	成都市教育局	高瑜	高等教育出版社有限公司
100	高等数学 (工科类)	高职专科	成都纺织高等专科学校	蒲冰远	高等教育出版社有限公司

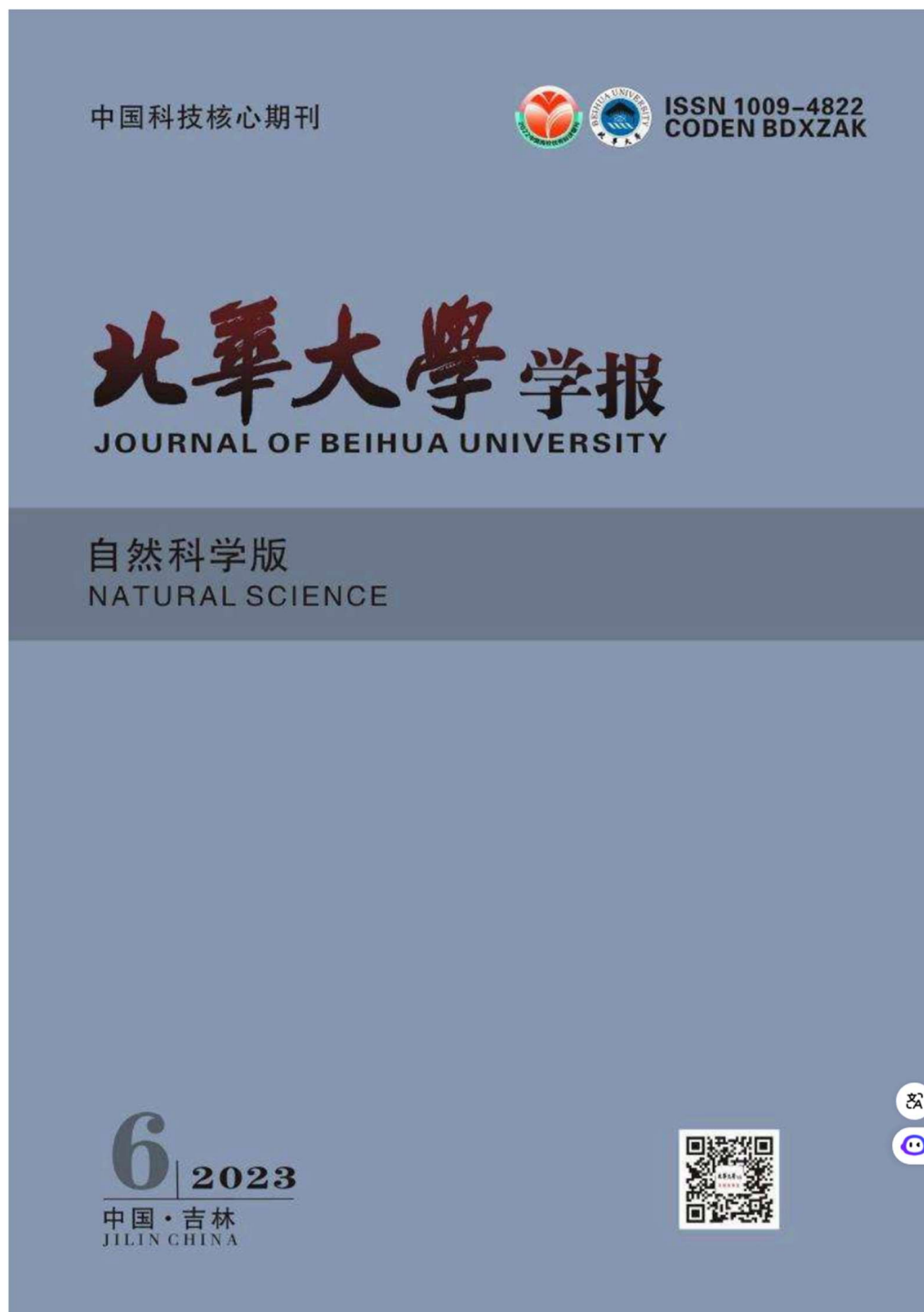
4. 2024 年四川省教师信息素养提升实践活动 “一等奖”



5. 四川省职业教育数学教研中心组成员



6. 科技核心论文《和矩阵 Drazin 逆的新表示及其应用》-北
华大学学报





目 次

· 数 学 ·

- 一类食饵环境容纳量依赖于捕食者的捕食模型 张旭东, 刘汉武, 张凤琴 (701)
- 和矩阵 Drazin 逆的新表示及其应用 杨晓英 (706)

· 长白山资源与环境 ·

- 天女木兰研究热点及展望——基于 Citespace 的可视化计量
- ... 李金航, 葛丽丽, 杜凤国, 吕重阳, 林治锋, 刘羿辰, 孙新宇, 王 猛, 张启昌 (712)
- 兴安杜鹃精油最佳提取工艺及抑菌性
- 檀婷婷, 吴生海, 王玉莹, 杨春波, 洪海成, 刘庆忠, 魏曦光, 杜凤国 (722)
- 长白山区朝鲜百合引种驯化试验 崔凯峰 (732)
- 蒙古栎生长节律及开花结实过程观测
- 陈建伟, 康晓梅, 蔡艺玮, 李树君, 程广有 (737)
- 岳桦更新苗特征及种子萌发海拔梯度变化
- 贾 翔, 金 慧, 李 强, 潘 磊, 酆贵平, 赵 莹, 牛丽君, 尹 航 (744)

· 生物科学 · 基础医学 · 药学 ·

- 桑黄子提取物对荷瘤小鼠免疫功能的影响 王立英, 鞠 明, 刘 絮, 李 枫 (749)
- Sprouty2 蛋白调节去势抵抗性前列腺癌细胞增殖、迁移和凋亡的机制研究
- 姜涵中, 王立森, 孙立江 (754)
- 苦参总黄酮对大鼠局灶性脑缺血再灌注损伤的保护作用及相关机制
- 许 诺, 魏 玮, 吴勤研 (759)

和矩阵 Drazin 逆的新表示及其应用

杨晓英

(四川信息职业技术学院人文学院,四川 广元 628017)

摘要:利用 Cline 公式及 Drazin 逆的性质,给出在一定条件下两矩阵和的 Drazin 逆新的表示,然后应用此结果给出分块矩阵 Drazin 逆的新的表示.

关键词:Drazin 逆;矩阵分解;分块矩阵;指标

中图分类号:O151.21 **文献标志码:**A

New Formulas for Drazin Inverse of the Sum of Matrices and Its Application

YANG Xiaoying

(College of Humanities, Sichuan Information Technology College, Guangyuan 628017, China)

Abstract: Applying the related properties of Drazin inverse and Cline formula, a new representation for the Drazin inverse of the sum of two matrices under certain conditions is given, a new formula for the Drazin inverse of the block matrix is obtained by using the new result.

Key words: Drazin inverse; matrix decomposition; block matrix; indicator

0 引 言

设 $C^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 阶复矩阵的集合. 设 $M \in C^{n \times n}$, 若 $N \in C^{n \times n}$ 满足下列方程^[1]:

$$M^{l+1}N = M^l, NMN = N, NM = MN,$$

则称 N 为 M 的 Drazin 逆, 记作 $N = M^D$, 称 l 为 M 的指数, 记作 $\text{ind}(M) = l$, 这里 l 是使得 $\text{rank}(M^l) = \text{rank}(M^{l+1})$ 成立的最小正整数 l . 另记 $M^\pi = I - MM^D$. 矩阵的 Drazin 逆是矩阵广义逆的一种类型, 矩阵的 Drazin 逆存在且唯一.

矩阵的 Drazin 逆在许多领域有广泛应用, 其中, 最简单的应用是求解奇异线性方程组问题, 研究线性方程组的系数矩阵是解决问题的关键, 而矩阵的广义逆理论推动了这一问题的研究. 1920 年 E H Moore 在美国数学会上首先提出了广义逆矩阵^[2], 1955 年 R Penrose 发表了和 E H Moore 等价的广义逆矩阵理论文章^[3], 同年 Rao 提出了更一般的广义逆矩阵的概念^[4], 1958 年 Drazin 引入了 Drazin 逆的概念^[5].

关于矩阵的 Drazin 有很多研究成果^[6-8], 本文讨论矩阵的 Drazin 逆, 给出两个矩阵和的 Drazin 逆及分块矩阵的 Drazin 逆的简单表示, 其中矩阵和的 Drazin 的条件比文献[9-10]的条件更弱, 更具普适性, 文中将用两个反例来说明. 另外, 得到一个矩阵和的 Drazin 逆表示的一个对称形式, 然后, 用这个对称结果给出

收稿日期: 2023-06-02

基金项目: 2023 年度教育教指委立项课题(JYJWGGK-2023A-10); 四川信息职业技术学院平台项目(2023KC15).

作者简介: 杨晓英(1984—), 女, 副教授, 主要从事矩阵理论与应用研究, E-mail: yangxiaoying134@163.com.

分块矩阵 $Z = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 在一定条件下 Drazin 逆的表示,最后给出一个数值例子来验证结论.

1 预备知识

近些年关于 Drazin 逆的研究是许多学者关注的热点问题,国内外学者在不同条件下运用不同的方法得出了矩阵和的 Drazin 逆表达式,罗列如下:

- 1) $PQ = 0$; (2001 年, HARTWIG R E^[11])
- 2) $P^2Q = 0, Q^2 = 0$; (2009 年, MARTINEZ-SERRANO M F^[12])
- 3) $P^2Q = 0, Q^2P = 0$; (2012 年, 卜长江^[13])
- 4) $(P+Q)P(P+Q)P = 0, (P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, QPQ^3 = 0$; (2016 年, VISNJIC J^[9])
- 5) $Q(P+Q)P(P+Q) = 0, P(P+Q)P(P+Q) = 0, QPQ^2 = 0$. (2019 年, 刘新^[10])

首先给出几个重要的引理.

引理 1^[1] 设 $A \in \mathbb{C}^{m \times n}, B \in \mathbb{C}^{n \times m}$, 则 $(AB)^D = A((BA)^D)^2B$.

引理 2^[14] 设 $M_1 = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & B \end{pmatrix}, M_2 = \begin{pmatrix} B & C \\ 0 & A \end{pmatrix}$, 其中 A 和 B 都是方阵, $\text{ind}(A) = r, \text{ind}(B) = s$, 那么

$$M_1^D = \begin{pmatrix} A^D & 0 \\ X & B^D \end{pmatrix}, \quad M_2^D = \begin{pmatrix} B^D & X \\ 0 & A^D \end{pmatrix},$$

其中 $X = \sum_{i=0}^{r-1} (B^D)^{i+2}CA^iA^r + \sum_{i=0}^{s-1} B^rB^iC(A^D)^{i+2} - B^DB^iA^D$.

引理 3^[15] 设 $P \in \mathbb{C}^{m \times n}, Q \in \mathbb{C}^{n \times m}$, 如果 $PQP = 0, Q^2 = 0$, 则

$$(P+Q)^D = P^D + Q(P^D)^2 + (P^D)^2Q + Q(P^D)^3Q.$$

引理 4^[15] 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}, \text{ind}(P) = r, \text{ind}(Q) = s$. 如果 $PQP = 0, PQ^2 = 0$, 则

$$(P+Q)^D = \gamma_1 + \gamma_2 + (\gamma_1(P^D)^2 + (Q^D)^2\gamma_2 - Q^D(P^D)^2 - (Q^D)^2P^D)PQ,$$

其中 $\gamma_1 = \sum_{i=0}^{s-1} Q^rQ^i(P^D)^{i+1}, \gamma_2 = \sum_{i=0}^{r-1} (Q^D)^{i+1}P^iP^r$.

引理 5^[11] 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}, \text{ind}(P) = r, \text{ind}(Q) = s$. 如果 $PQ = 0$, 则

$$(P+Q)^D = \sum_{i=0}^{s-1} Q^rQ^i(P^D)^{i+1} + \sum_{i=0}^{r-1} (Q^D)^{i+1}P^iP^r.$$

2 矩阵和的 Drazin 逆

本节给出在条件 $(P(P+Q))^3 = 0, QPQ^3 = 0, Q(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0$ 和 $P(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0$ 下两矩阵和 Drazin 逆的表示,推广了文献[9]中的条件 $(P+Q)P(P+Q)P = 0, QPQ^3 = 0, (P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0$ 和文献[10]中的条件 $QPQ^2 = 0, Q(P+Q)P(P+Q) = 0, P(P+Q)P(P+Q) = 0$.

定理 1 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}, \text{ind}(QP) = r, \text{ind}(Q^2) = s$. 如果 $P(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, Q(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, (P(P+Q))^3 = 0$ 和 $QPQ^3 = 0$, 则

$$(P+Q)^D = (Q^2 + QP)^DQ + (Q^2 + QP)^DX(PQ + P^2)Q + (PQ + P^2)((Q^2 + QP)^D)^2Q + (PQ + P^2)((Q^2 + QP)^D)^2X(PQ + P^2)Q + XP + (PQ + P^2)(Q^2 + QP)^DXP,$$

其中

$$\begin{aligned} X &= (Q^2 + QP)^D + ((Q^2 + QP)^D)^2(PQ + P^2) + ((Q^2 + QP)^D)^3(PQ + P^2)^2, \\ (Q^2 + QP)^D &= \varphi_1 + \varphi_2 + (\varphi_1((QP)^D)^2 + (Q^D)^4\varphi_2 - (Q^D)^2((QP)^D)^2 - (Q^D)^4(QP)^D)QPQ^2, \\ \varphi_1 &= \sum_{i=0}^{s-1} Q^rQ^{2i}((QP)^D)^{i+1}, \varphi_2 = \sum_{i=0}^{r-1} (Q^D)^{2(i+1)}(QP)^i(QP)^r. \end{aligned}$$

证明:由 Drazin 逆的定义和引理 1, 得

$$(P+Q)^D = \left((I \ I) \begin{pmatrix} Q \\ P \end{pmatrix} \right)^D = (I \ I) \left(\begin{pmatrix} Q & Q \\ P & P \end{pmatrix} \right)^D \begin{pmatrix} Q \\ P \end{pmatrix} = (I \ I) \begin{pmatrix} Q^2 + QP & Q^2 + QP \\ PQ + P^2 & PQ + P^2 \end{pmatrix}^D \begin{pmatrix} Q \\ P \end{pmatrix}.$$

记 $M = \begin{pmatrix} Q^2 + QP & Q^2 + QP \\ PQ + P^2 & PQ + P^2 \end{pmatrix}$, $G = \begin{pmatrix} Q^2 + QP & Q^2 + QP \\ 0 & PQ + P^2 \end{pmatrix}$, $H = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ PQ + P^2 & 0 \end{pmatrix}$, 显然, $M = G + H$. 因此

$$(P+Q)^D = (I \ I) M^D \begin{pmatrix} Q \\ P \end{pmatrix}. \quad (1)$$

由 $P(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0$, $Q(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0$, 有 $GHG = 0$, $H^2 = 0$. 由引理 3 得

$$M^D = G^D + H(G^D)^2 + (G^D)^2 H + H(G^D)^3 H, \quad (2)$$

由引理 2 可知

$$G^D = \begin{pmatrix} (Q^2 + QP)^D & X \\ 0 & (PQ + P^2)^D \end{pmatrix},$$

其中 $X = (Q^2 + QP)^D + ((Q^2 + QP)^D)^2(PQ + P^2) + ((Q^2 + QP)^D)^3(PQ + P^2)^2$. 因为 $(P(P+Q))^3 = 0$, 得 $(P(P+Q))^D = 0$, $(P(P+Q))^\pi = I$, 所以

$$G^D = \begin{pmatrix} (Q^2 + QP)^D & X \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

再由 $QPQ^3 = 0$ 和引理 4, 可得

$$(Q^2 + QP)^D = \varphi_1 + \varphi_2 + (\varphi_1((QP)^D)^2 + (Q^D)^4\varphi_2 - (Q^D)^2((QP)^D)^2 - (Q^D)^4(QP)^D)QPQ^2, \quad (4)$$

其中 $\varphi_1 = \sum_{i=0}^{i-1} Q^\pi Q^{2i} ((QP)^D)^{i+1}$, $\varphi_2 = \sum_{i=0}^{i-1} (Q^D)^{2(i+1)} (QP)^i (QP)^\pi$.

将式(3)和式(2)代入式(1), 结合式(4), 结论得证. 证毕.

注 1 定理 1 的条件比文献[9]中的条件 $(P+Q)P(P+Q)P = 0$, $(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0$, $QPQ^3 = 0$ 和文献[10]中的条件 $Q(P+Q)P(P+Q) = 0$, $P(P+Q)P(P+Q) = 0$, $QPQ^2 = 0$ 更弱. 如下面的两个例子.

例 1 已知矩阵 $P = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. 容易验证

$$P(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, \quad Q(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0,$$

$$(P(P+Q))^3 = 0, \quad QPQ^3 = 0,$$

因此, 矩阵 P, Q 满足本文定理 1 的条件.

但是

$$(P+Q)P(P+Q)P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \neq 0,$$

$$(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \neq 0,$$

所以矩阵 P, Q 不满足文献[9]中的条件.

利用本文定理 1 的结论可得

$$(P+Q)^D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

例 2 已知矩阵 $P = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. 容易验证

$$P(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, \quad Q(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, \\ (P(P+Q))^3 = 0, \quad QPQ^3 = 0,$$

因此, 矩阵 P, Q 满足本文定理 1 的条件.

但是

$$Q(P+Q)P(P+Q) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0, \\ P(P+Q)P(P+Q) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0,$$

故矩阵 P, Q 不满足文献[10]中的条件.

应用本文定理 1 的结论可得

$$(P+Q)^D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

应用定理 1, 我们可以得出文献[9]和文献[10]的结论.

推论 1^[9] 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}$, $\text{ind}(QP) = r$, $\text{ind}(Q^2) = s$. 如果

$$(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q) = 0, \quad ((P+Q)P)^2 = 0, \quad QPQ^3 = 0,$$

则

$$(P+Q)^D = (P+Q)^2((Q^2+QP)^D)^3(P+Q)^3,$$

其中 $(Q^2+QP)^D$ 同定理 1.

推论 2^[10] 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}$, $\text{ind}(QP) = r$, $\text{ind}(Q^2) = s$. 如果 $Q(P+Q)P(P+Q) = 0$, $(P(P+Q))^2 = 0$, $QPQ^2 = 0$, 则

$$(P+Q)^D = (P+Q)^2((Q^2+QP)^D)^2(P+Q),$$

其中 $(Q^2+QP)^D$ 同定理 1.

下面给出定理 1 的对称形式, 证明过程同定理 1.

定理 2 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}$, $\text{ind}(QP) = r_2$, $\text{ind}(P^2) = s_2$. 如果 $(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q)P = 0$, $(P+Q)P(P+Q)Q(P+Q)Q = 0$, $((P+Q)Q)^3 = 0$ 和 $QP^3 = 0$, 则

$$(P+Q)^D = P(P^2+QP)^D + QK + P(PQ+Q^2)K((P^2+QP)^D)^2(PQ+Q^2) \\ + P((P^2+QP)^D)^2(PQ+Q^2) + QK(P^2+QP)^D(PQ+Q^2) \\ + P(PQ+Q^2)K(P^2+QP)^D,$$

其中

$$K = (P^2+QP)^D + (PQ+Q^2)((P^2+QP)^D)^2 + (PQ+Q^2)^2((P^2+QP)^D)^3, \\ (P^2+QP)^D = \sum_{i=0}^{r_2-1} (QP)^i (QP)^i (P^D)^{2(i+1)} + \sum_{i=0}^{s_2-1} ((QP)^D)^{i+1} P^{2i} P^D.$$

推论 3 设 $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}$, $\text{ind}(QP) = r_2$, $\text{ind}(P^2) = s_2$. 如果 $P(P+Q)Q(P+Q) = 0$, $((P+Q)Q)^2 = 0$ 和 $QP^3 = 0$, 则

$$(P+Q)^D = (P+Q)^3((P^2+QP)^D)^3(P+Q)^2,$$

其中 $(P^2 + QP)^D$ 同定理2.

3 分块矩阵的 Drazin 逆的表示

下面利用推论3的结果给出分块矩阵 Drazin 逆的表示.

设矩阵

$$Z = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中 A, D 是方阵, $S = D - CA^D B$ 表示分块矩阵 Z 的广义 Schur 补.

定理3 设 Z 是形如式(5)的矩阵, 且 $S = 0$. 如果 $A^T B C A^2 = 0, B C A^T A = 0, B C A^T B = 0$, 则

$$Z^D = H^D + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C A^T & 0 \end{pmatrix} (H^D)^2 + (H^D)^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C A^T & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C A^T & 0 \end{pmatrix} (H^D)^3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C A^T & 0 \end{pmatrix},$$

其中

$$H^D = \begin{pmatrix} A & B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix}^3 (P^D)^6 \begin{pmatrix} A & B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix}^2,$$

$$(P^D)^n = \begin{pmatrix} I \\ C A^D \end{pmatrix} ((A W)^D)^{n+1} A (I \quad A^D B) + \begin{pmatrix} ((A A^T)^D)^n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad n \geq 1,$$

$$W = A A^D + A^D B C A^D.$$

证明: 将 Z 拆分为 $Z = \begin{pmatrix} A & B \\ C & C A^D B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ C A^T & 0 \end{pmatrix} = H + G$, 易于计算 $G^2 = 0, G^D = 0$, $H G H = 0$.

由引理3可得

$$Z^D = (H + G)^D = H^D + G(H^D)^2 + (H^D)^2 G + G(H^D)^3 G. \quad (6)$$

记 $H = \begin{pmatrix} A & B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & A A^D B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & A^T B \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = P + Q$, 由条件 $A^T B C A^2 = 0$ 可得 $P(P + Q)Q(P + Q) = 0, ((P + Q)Q)^2 = 0, QP^3 = 0$. 因此, 由推论3得

$$H^D = (P + Q)^D = (P + Q)^3 ((P^2 + QP)^D)^3 (P + Q)^2. \quad (7)$$

又由于 $(QP^3 = 0, (QP)^D = 0$, 可以得到

$$(P^2 + QP)^D = (P^D)^2, \quad ((P^2 + QP)^D)^n = (P^D)^{2n}, \quad n \geq 1.$$

将 P 拆分为如下形式

$$P = \begin{pmatrix} A & A A^D B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^2 A^D & A A^D B \\ C A A^D & C A^D B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A A^T & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1 + P_2,$$

显然 $P_1 P_2 = 0, P_2$ 是 l -幂零矩阵, 通过计算, 易得

$$(P^D)^n = \begin{pmatrix} I \\ C A^D \end{pmatrix} ((A W)^D)^{n+1} A (I \quad A^D B) + \begin{pmatrix} ((A A^T)^D)^n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

将式(7)和式(8)代入式(6), 结论易得. 证毕.

4 数值算例

下面给出一个数值例子来验证定理3的正确性.

例3 考虑矩阵 $Z = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

通过计算

$$A^D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A^\pi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$S = D - CA^DB = 0$, 满足定理 3 中的条件 $A^\pi BCA^2 = 0, BCA^\pi A = 0, BCA^\pi B = 0$, 因此由定理 3 可得

$$Z^D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

参考文献:

- [1] BEN-ISRAEL A, GREVILLE T N E. Generalized inverses: Theory and applications [M]. New York: Springer, 2003.
- [2] MOORE E H. On the reciprocal of the general algebraic matrix [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1920, 26: 394-395.
- [3] PENROSE R A. Generalized inverse for matrices [J]. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1955, 51: 406-413.
- [4] RAO C R. Analysis of dispersion for multiply classified data with unequal numbers in cells [J]. Sankhyā, 1955, 15: 253-280.
- [5] DRAZIN M P. Pseudo inverses in associative rings and semigroups [J]. The American Mathematical Monthly, 1958, 65: 506-514.
- [6] 杨晓英, 刘新, 王亚强. 两矩阵和的 Drazin 逆新的表示及其表示 [J]. 高等学校计算数学学报, 2018, 40(3): 193-206.
- [7] VISNJIC J. On additive properties of the Drazin inverse of block matrices and representations [J]. Appl Math Comput, 2015, 250(1): 444-450.
- [8] 谷天瑜, 于德跃, 许小杰, 等. Banach 代数上元素线性组合的广义 Drazin 逆的表示 [J]. 北华大学学报(自然科学版), 2020, 21(1): 12-16.
- [9] VISNJIC J. On some previous results for the Drazin inverse of block matrices [J]. Filomat, 2016, 30(1): 125-130.
- [10] LIU X, YANG X Y, WANG Y Q. A note on the formulas for the Drazin inverse of the sum of two matrices [J]. Open Mathematics, 2019, 17(1): 160-167.
- [11] HARTWIG R E, WANG G R, WEI Y M. Some additive results on Drazin inverse [J]. Linear Algebra and Its Applications, 2001, 322: 207-217.
- [12] MARTINEZ-SERRANO M F, CASTRO-GONZALEZ N. On the Drazin inverse of block matrices and generalized Schur complement [J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 215(7): 2733-2740.
- [13] BU C J, FENG C C, BAI S Y. Representations for the Drazin inverse of block matrices and generalized Schur complement [J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(7): 10226-10237.
- [14] MEYER C D, ROSE N J. The index and the Drazin inverse of block triangular matrices [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1977, 33: 1-7.
- [15] YANG H, LIU X F. The Drazin inverse of the sum of two matrices and its application [J]. Comput Appl Math, 2011, 235(5): 1412-1417.

【责任编辑:伍 林】

7. 四川省 2024 年度教育科学规划课题一已公示（四川省教育厅）



中共四川省委教育工作委员会
四川省教育厅

智能问答

无障碍浏览

长者专区

移动门户

新媒体矩阵



机构

新闻

政府信息公开

政务服务

互动

办公系统

[首页] >> 新闻动态 >> 通知公告

四川省2024年度教育科学规划课题拟立项名单公示

[四川省教育厅] 发布时间: 2024-12-05 17:03 来源: 四川省教育厅 分享: 

经教育厅2024年第13次厅长办公会审议通过, 现对四川省2024年度教育科学规划课题拟立项名单 (见附件) 予以公示。公示时间为2024年12月5日至12月11日 (共5个工作日)。

公示期内, 若有异议请以书面方式实名反映, 并提供必要的证据材料, 以便核实查证。未实名或超出公示期限的异议不予受理。

联系电话: (028) 85876121

电子邮箱: jkyjkygls@163.com

联系地址: 成都市双流区航空港黄荆路11号

附件: [四川省2024年度教育科学规划课题拟立项名单](#)

四川省教育科学规划领导小组办公室

2024年12月5日

扫一扫在手机打开当前页



序号	课题名称	课题负责人	主研单位
15	新时代小学劳动教育“六彩”校本课程开发研究	杨武超	广元市旺苍县实验小学
16	欠发达地区智障青少年“四阶转衔”职业教育的实践研究	胡在容	泸州市合江县特殊教育学校
17	高校聚焦职业自主发展力的师范生高质量就业服务体系研究	陈露红	四川师范大学
18	生涯发展导向的十二年一贯制培智学校劳动教育实践路径研究	张璐	成都市都江堰市特殊教育学校
19	指向幼儿科学素养发展的科创玩具园本课程开发与利用研究	江天华	南充市嘉陵区教育和体育局
20	全面提升农村小学生科学素养的“融耕”大课程实践研究	雷洪	成都市崇州市三江小学校
21	深度学习视域下的中学学科思维培育路径研究	任小林	成都市第四十九中学校
22	UNESCO 教育可持续发展视角下提升在职教师融合教育素养的区域实践研究	黄丽娟	四川天府新区麓湖小学
23	孤独症儿童沟通与交往课程的构建与实施研究	刘艳	泸州市特殊教育学校
24	促进学生全面发展的大科学教育课程建设研究	熊英	成都市天府新区教科院附小
25	高职院校数学跨学科融合现状与策略研究	杨晓英	四川信息职业技术学院
26	融入地域资源的综合实践活动课程开发与区域推进研究	金瑛	自贡高新区基础教育研究中心
27	基于职业素养导向的中职“五好课堂”构建的理论与实践研究	廖大凯	四川省教育科学研究院
28	数字化时代中小学教科书插图的现实境遇、价值追求及深化应用	胡成霞	四川文理学院
29	区域推进体育与健康课程一体化的实践研究	张有财	成都市金牛区教育科学研究院
30	行知行：提升小学科学教育实施质量路径研究	王辉	南充市营山县芙蓉小学校
31	幼儿绘本阅读活动中教师支持策略的研究	潘慧	巴中市南江县红星幼儿园

8. 2023 年教育部职业院校教育类专业教学指导委员会项目- 结题证书



三、数学科普助力广元教育发展

1. 数学文化节活动被四川教育厅官微

弘扬数学文化 品味数学之美——四川信息职业技术学院举办首届数学文化节

四川信息职业技术学院 2023-05-15 4249



四川教育发布

省委教育工委 教育厅官方微信公众号

关注

在全国科技活动周和四川省科技活动周来临之际，5月13日，四川信息职业技术学院“弘扬数学文化、品味数学之美”首届数学文化节在该校雪峰校区开幕。



开幕式现场

本次活动旨在丰富校园数学文化，引导广大青年学生了解数学文化、运用数学知识、体验数学乐趣，营造学数学、爱数学的浓厚氛围，让数学文化节成为青年学生理解数学思想、训练数学思维、展示数学风采的平台。





同学们积极参加活动

活动现场，同学们参加了“数学情诗”“数字飞花令”“数学趣味灯谜”等活动。通过团队“飞花”感受数学和诗词的碰撞之花、理性与感性的交融之美；在“川信密盒”知识竞答中深入了解中国优秀数学成果和优秀数学家的故事；通过“游园”，亲身体验“一笔画”、数独、华容道、汉诺塔、摩斯密码、孔明锁、九连环等；通过参观数学家故事、数学与科技、数学与生活等主题展板，感悟中华数学文化的博大精深、中国数学家的家国情怀和数学对于现代化强国的重要作用。

据悉，该校首届数学文化节将持续一个月，后期将开展数学演说家、数学科普讲座、数学电影展播、数学建模校内赛等系列活动。

编辑：胡琼之

2. 广元市树人中学玉树班同学走进数学科普基地被四川教育厅官微报道

广元市树人中学学子走进四川信息职业技术学院数学科普基地

四川教育发布网 2023-07-13 © 7333



四川教育发布

省委教育工委 教育厅官方微信公众号

关注

近日，广元市树人中学青海玉树班50余名同学走进四川信息职业技术学院数学科普基地参观并开展数学科普主题活动。





(同学们积极参与数学趣味游戏)

活动期间，同学们动手操作了3D打印机、勾股定理、最速降线等科普设备。基地教师和同学们一起开展了“数学魔术师-猜生肖”等数学趣味游戏。



(数学科普主题讲座)

基地还开展了“我是魔术师之二进制”数学科普主题讲座，主讲老师从摩斯密码出发，让大家理解二进制的起源与计算原理、解密“猜生肖”游戏背后的二进制原理。

四川信息职业技术学院数学科普基地负责人表示，基地将与广元市树人中学进一步深化科普合作，实现科普助力民族地区学生全面发展。

编辑：何楠（实习）

3. “数学科普助力乡村教育振兴”微视频被学习强国报道



【学堂】四川信息职业技术学院：数学科普助力乡村教育振兴

2023-10-23



作者单位：四川信息职业技术学院

友情链接

人民网 新华网 中国网 央视网 国际在线 中国日报网 中国青年网 中国经济网 中国新闻网
光明网 央广网 中工网 党建网 中青在线 中国军网 法治网 求是网 中国网信网 中国文明网
中国政府网 教育部网站 国防部网站 文化和旅游部网站 国新办网站 中国扫黄打非网 女性之声
中国报业 中央网信办举报中心 千龙网 中国社会科学网 中国科技网 中国农业新闻网 西影网
中国法律服务网 中国普法网 中国西藏网 中国妇女网



服务热线：12361 值班电话：010-55624303 010-55624311

4. 市级“数学科普职业体验基地”

广元市教育局

广教函〔2023〕195号

广元市教育局 关于公布2023年广元市中小学职业体验基地 认定名单的通知

各县、区教育（教科）局，各职业院校（技工学校）：

为进一步加强中小学学生职业启蒙教育，提升学生综合素质，根据市教育局下发的《关于开展2023年广元市中小学职业体验基地申报工作的通知》要求，经申报单位自我测评、县区教育（教科）局推荐，市教育局审核材料并网上公示，现认定四川信息职业技术学院“广元数学科普职业体验基地”等8个职业体验基地为市级中小学生职业体验基地（名单见附件）。

经认定的中小學生职业体验基地所在学校须按照《2023年广元市中小学职业体验基地申报标准（试行）》要求，进一步优化工作方案、健全工作机制，注重体验课程与中小学劳动教育、技术教育、综合实践活动等课程有机结合，健全符合中小學生不同年龄段特点和认知水平的体验课程体系，培养学生职业生涯规划意识与能力，强化学生职业启蒙教育，提高学生动手实践与创新能力。要落实安全保障责任，制定安全管理制度，并将安全教

育纳入各职业体验课程与活动中，培养学生的职业安全意识与能力。

各县区教育（教科）局要提高思想认识，将推进中小学职业体验基地作为一项重要工作来抓，根据各职业院校办学特色，结合中小学生劳动教育特点，整体构建、规划辖区内中小学生职业体验基地建设。要督促各职业院校建立健全职业体验基地管理的长效工作机制，制定适合中小学生的职业体验实施方案，建立专兼职结合的中小学生职业体验师资队伍。要对已认定的职业体验基地安排专项支持经费，定期开展针对性指导检查。要组织开展研究，及时总结经验做法，加大宣传力度，提高师生、家长、社会各界对开展中小学职业体验重要性的认识和对职业教育的认可度，营造职业教育良好氛围。

附件：2023年广元市中小学职业体验基地认定名单



附件

2023 年广元市中小学职业体验基地认定名单

序号	学校名称	体验基地名称	涉及相关专业	联系人及电话	开放时间
1	四川信息职业技术学院	广元数学科普职业体验基地	软件技术、信息安全、人工智能、3D 打印	刘 新 18111360649	周一至周五 9:00—17:30; 周六至周日 8:30—18:30
2	川北幼儿师范高等专科学校	广元艺术教育职业体验基地	美术教育、音乐教育、舞蹈教育、环境艺术设计、家具设计与制造	母剑云 15883915677	周一或周五下午,寒暑假根据学习需求定时间
3	广元市利州中等专业学校	广元医学科普职业体验基地	护理、医学检验技术、中医康复技术、老年护理、婴幼儿托育、母婴照护	马 灿 13518328778	周一至周五 9:00—17:30; 周六至周日 8:30—18:30
4	四川省广元市职业高级中学校	广元烹饪文化职业体验基地	中餐烹饪、西餐烹饪	侯永波 17608399907	每年 5 月、9 月全面开放, 其他时间根据需要开放
5	四川水利水电技师学院	广元工业机器人职业体验基地	工业机器人应用与维护	岳本艳 18111369607	周二至周五: 16:00—18:00 周六至周日: 9:00—12:00、14:30—17:30

— 3 —

5. 与树人中学广元市树人中学共建数学科普教育基地

“数学科普教育基地”落户市树人中学

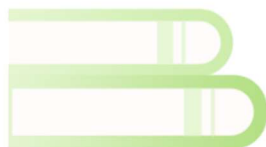
广元市树人中学 2023-05-18 19:52 发表于四川





5月18日，四川信息职业技术学院数学应用研究中心与广元市树人中学“数学科普教育基地”签约暨授牌仪式在市树人中学圆满举行。市教育局副局长赵崇杰、教科所所长袁世伦、德育科科长李兆周，四川信息职业技术学院纪委书记李莉勤，市树人中学党委书记苏永生、校长张楠等领导出席仪式。

赵崇杰副局长在仪式上作了指导性讲话。他希望两校通过“科普+思政”教育，培养青少年数学思维能力、科技创新意识和科学价值导向。他强调，双方学校要提高政治站位，高度重视此次活动，自觉承担立德树人的主体责任；同时，双方须完善常态化工作机制，将此项工作向纵深持续推进。



6. 与磨滩镇观音小学、小新小学共建科普基地



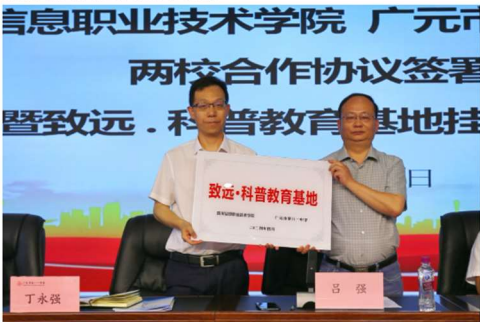
7. 与零八一中学共建科普基地

首页：新闻中心 >> 要闻

学院与广元市零八一中学签署“致远·科普教育基地” 共建合作协议

作者：张又文 发布时间：2024-05-08 浏览次数：2385 来源：

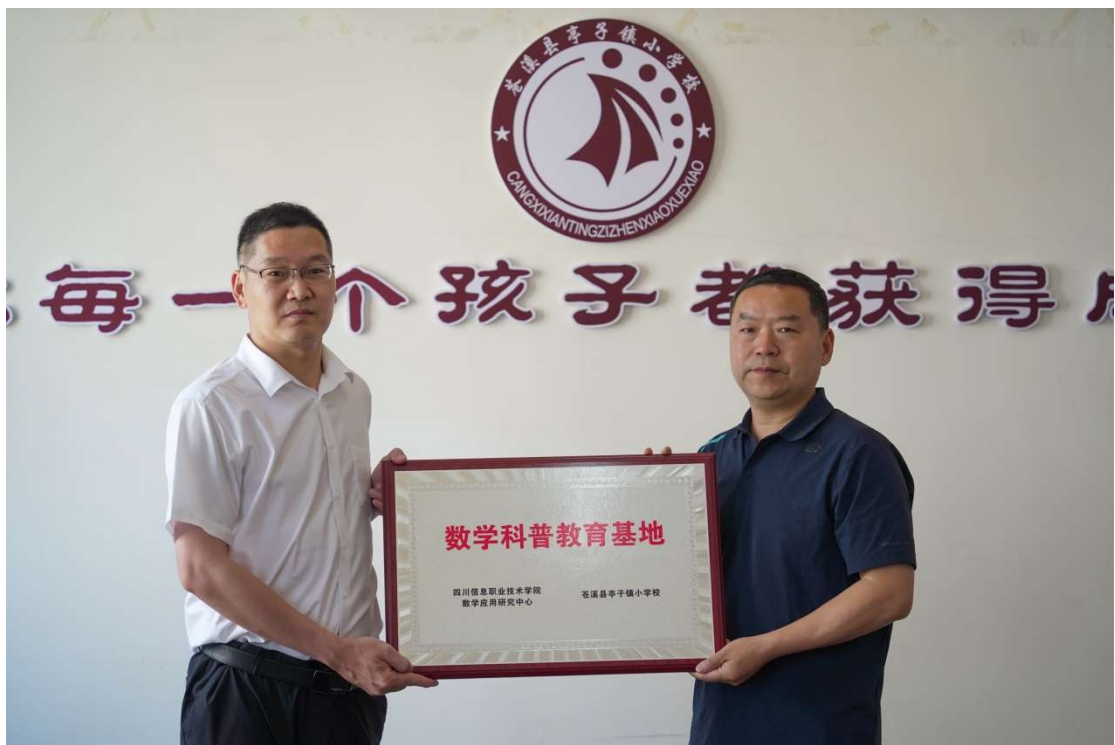
5月7日，学院副院长吕强带队赴广元市零八一中学，与该校签署“致远·科普教育基地”共建合作协议并举行挂牌仪式。广元市零八一中学党总支书记胡满金、党总支副书记丁永强，学院科技与社会服务处负责人及两校相关教师和学生参加了签约仪式。



签约暨挂牌仪式现场

签约仪式上，胡满金对吕强一行的到来表示热烈欢迎，对学院在科普工作上给予的支持和帮助表示衷心的感谢。吕强表示，两校共建科普教育基地，充分体现了两校对科学普及工作的重视和支持。学院将充分利用科普资源优势，积极助力零八一中学特色科普活动的开展，培养同学们探索未知事物的兴趣，并希望同学们在科普活动中中学科学、爱科学、讲科学、用科学。会后，双方围绕科普活动开展模式、活动内容、计划方案及师资队伍团队建设等方面进行了交流。

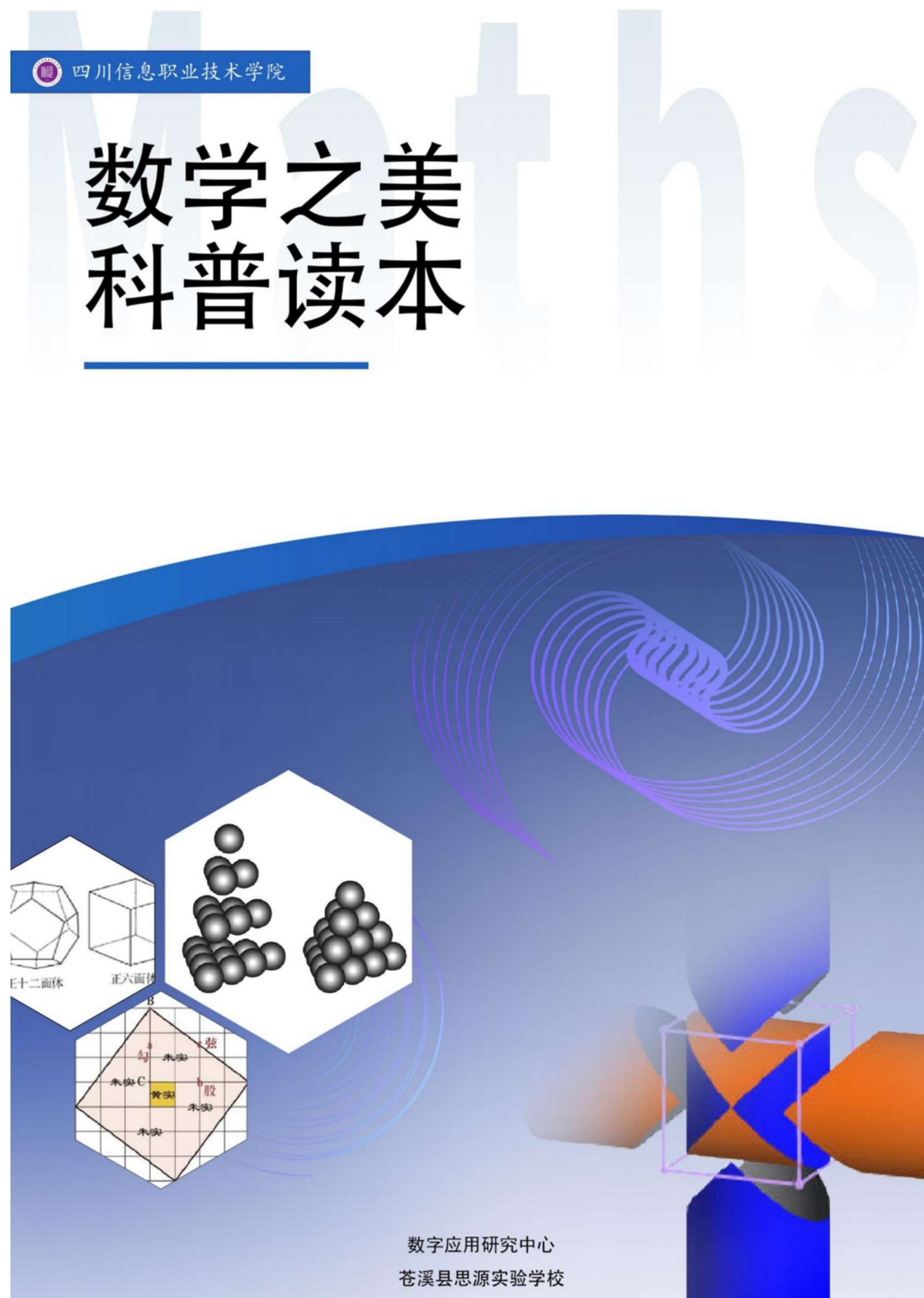
8. 与亭子镇小学校共建科普基地



9. 与苍溪县思源实验学校共建科普基地



10. 科普读本展示



目录

前言

第一节 素数与密码	1
第二节 二进制世界	14
第三节 不规则图形的面积计算	28
第四节 神奇的杨辉三角	47
第五节 特殊的根式	71
第六节 神奇的数字	87
第七节 勾股定理	107
第九节 对称	129
第十节 3D 打印概述与 ABC3D 软件基础操作	141
第十一节 ABC 3D 软件简单模型：制作杯体	149
第十二节 ABC 3D 软件简单模型：制作自行车链条	151
第十三节 最短路径问题	156
第十四节 二维转三维建模	161
第十五节 骨架球建模	166
第十六节 曲面建模	173

第一节 素数与密码

一、引入

现实生活中，我们有各种证件，如身份证，驾驶证，这些证件给我们带来方便的同时大家还考虑到那些呢？证件的安全性，为了提升我们证件的安全性，最重要的就是使用密码。



图 1 各种证件照片

电影《永不消逝的电波》主人公李侠使用电报作为战斗工具，用高超的间谍手法为抗日战争胜利做出贡献，那么电报使用的是什么呢？



图 2 莫斯密码机